PHYSICS

1. $$L_1 = \frac{g_1 T^2}{4\pi^2} = \frac{g_1}{\pi^2}$$

$$L_2 = \frac{g_2 T^2}{4\pi^2} = \frac{g_2}{\pi^2}$$

चूँकि लम्बाई कम होती है, अत: g_2 का मान g_1 से कम है।

$\therefore \quad L_1 - L_2 = \frac{g_1 - g_2}{\pi^2}$

या, $\quad (L_1 - L_2)\pi^2 = g_1 - g_2$

या, $\quad 0.3 \times 10 = g_1 - g_2$

$\therefore \quad g_2 = 981 - 3 = 978$ सेमी/से^{2}

2. एक व्यापक कोनिक (conic) की समीकरण है,

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{l}(1 + e\cos\theta)$$

जहाँ e उत्केन्द्रता (ecentricity) है।

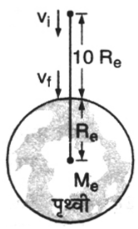
दीर्घ वृत्त (ellipse) के लिए, मुड़ाव बिन्दु (turning points) $\theta = 180^\circ$ एवं $\theta = 0^\circ$ पर है। इन बिन्दुओं पर क्रमश: $r_{min} = r_2$ एवं $r_{max} = r_1$ है।

$\therefore \quad \frac{1}{r_2} = \frac{1}{l}(1 - e)$

तथा $\quad \frac{1}{r_1} = \frac{1}{l}(1 + e)$

$\therefore \quad \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_1} = \frac{2}{l}$ या, $l = \frac{2r_1 r_2}{r_1 + r_2}$

3. $10R_e$ की दूरी पर तथा पृथ्वी की सतह पर एस्टिएरिओड़ (asteriod) के लिये ऊर्जा संरक्षण का नियम प्रयोग करने पर,



$$k_i + U_i = k_f + U_f \qquad \ldots(1)$$

अब $k_i = \frac{1}{2}mv_i^2$

तथा $U_i = \frac{GM_e m}{10R_e}$

$k_f = \frac{1}{2}mv_f^2$ तथा $U_f = -\frac{GM_e m}{R_e}$

इन मानों को समीकरण (1) में रखने पर हम पाते हैं कि

$$\frac{1}{2}mv_i^2 - \frac{GM_e m}{10R_e} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{GM_e m}{R_e}$$

या, $\quad \frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}mv_i^2 + \frac{GM_e m}{R_e} - \frac{GM_e m}{10R_e}$

या, $\quad v_f^2 = v_i^2 + \frac{2GM_e}{R_e} - \frac{2GM_e}{10R_e}$

या, $\quad v_f^2 = v_i^2 + \frac{2GM_e}{R_e}\left(1 - \frac{1}{10}\right)$

4. संवेग संरक्षण तथा ऊर्जा संरक्षण के नियमों का प्रयोग कीजिये। माना r दूरी पर स्थित इन द्रव्यमानों के वेग क्रमश: v_1 एवं v_2 हैं। संवेग संरक्षण के नियम से

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = 0$$

या, $\quad m_1 v_1 = m_2 v_2 \qquad \ldots(1)$

ऊर्जा संरक्षण के नियम से,

स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन = गतिज ऊर्जा में परिवर्तन

$$\frac{Gm_1 m_2}{r} = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2$$

या, $\quad \frac{m_1^2 v_1^2}{m_1} + \frac{m_2^2 v_2^2}{m_2} = \frac{2Gm_1 m_2}{r}$

समीकरण (1) एवं (2) को हल करने पर,

$$v_1 = \sqrt{\frac{2Gm_2^2}{r(m_1 + m_2)}}$$

तथा $\quad v_2 = \sqrt{\frac{2Gm_1^2}{r(m_1 + m_2)}}$

$\therefore \quad v_{approach} = |v_1| + |v_2|$

$$= \sqrt{\frac{2G}{r}(m_1 + m_2)}$$

5. गुरुत्वीय क्षेत्र एक संरक्षणीय क्षेत्र (conservative field) है। अत: इस क्षेत्र में द्रव्यमान को एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक ले जाने में किया गया कार्य केवल इसके सिरे के बिन्दुओं (end points) पर ही निर्भर करता है। परन्तु अपनाये गये मार्ग पर नहीं।

6. उपग्रह की कुल ऊर्जा

$$= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GM_e m}{r} = -\frac{GMm}{2r}$$

इसके अतिरिक्त, $\quad \frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2}$

$\therefore \quad v \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$

यदि उपग्रह की ऊर्जा किसी कारण से घटती है, तो r का मान घटता तथा v का मान बढ़ता है।

7. माना वस्तु को पृथ्वी की सतह से वेग v से प्रक्षेपित किया जाता है तथा यह ऊँचाई h तक ऊपर पहुँचती है।

ऊर्जा संरक्षण के नियम (पृथ्वी की सतह के सापेक्ष) से, हम पाते हैं :

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{mgh}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)}$$

प्रश्नानुसार,

$$v = \frac{3}{4}v_e = \frac{3}{4}\sqrt{2gR} \qquad (\because v_e = \sqrt{2gr})$$

$\therefore \quad \frac{1}{2} \times \frac{9}{16} \times 2gR = \frac{gh}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)}$

या, $\quad \frac{9}{16} = \frac{h}{(R + h)}$

या, $\quad h = \frac{9R}{7}$

8. त्रिज्या r एवं मोटाई dr का एक तात्विक वलय (elemental ring) लीजिए, जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। इसका द्रव्यमान

$$dm = \frac{M \times 2\pi r dr}{\pi(16R^2 - 9R^2)} = \frac{2Mrdr}{7R^2}$$

इस तात्विक वलय के कारण बिन्दु P पर गुरुत्वीय विभव

$$dV = -\frac{Gdm}{\sqrt{r^2 + 16R^2}}$$

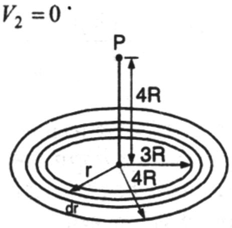
या, $\quad dV = \frac{-2GM}{7R^2} \times \frac{rdr}{\sqrt{r^2 + 16R^2}}$

सम्पूर्ण वलयाकार डिस्क के कारण बिन्दु P पर विभव

$$V_1 = \int dV = -\frac{2GM}{7R^2}\int_{3R}^{4R}\frac{rdr}{\sqrt{r^2 + 16R^2}}$$

$$= -\frac{2GM}{7R}(4\sqrt{2} - 5)$$

अनन्त पर विभव, $V_2 = 0$



चित्र 7.26

अत: गुरुत्वीय बल द्वारा एकांक द्रव्यमान को अनन्त से लाने में किया गया कार्य

$$W = mV_1 - mV_2$$
$$= 1 \times \left(-\frac{2GM}{7R}\right)(4\sqrt{2} - 5) - 1 \times 0$$
$$= -\frac{2GM}{7R}(4\sqrt{2} - 5)$$

अतः एकांक द्रव्यमान को बिन्दु P से अनन्त तक ले जाने में किया गया कार्य

$$W_t = -W = \frac{2GM}{7R}[4\sqrt{2} - 5] = 7$$

10. **पृथ्वी परः**

पलायन वेग $\quad v_e = \sqrt{\dfrac{2GM_e}{R_e}}$

चन्द्रमा परः

पलायन वेग $\quad v_m = \sqrt{\dfrac{2GM_m}{R_m}}$

$$\therefore \quad \frac{v_m}{v_e} = \sqrt{\frac{M_m}{M_e} \times \frac{R_e}{R_m}} = \sqrt{\left(\frac{1}{81}\right) \times \left(\frac{4}{1}\right)} = \frac{2}{9}$$

$$\therefore \quad v_m = \frac{2}{9} \times v_e = \frac{2}{9} \times 11.2 \text{ किमी/सेकण्ड}$$
$$= 2.49 \text{ किमी/सेकण्ड}$$

12. पृथ्वी की सतह के नीचे गहराई d पर गुरुत्वीय त्वरण

$r > R$ के लिये $g' = \dfrac{GM}{R^2}\left(1 - \dfrac{d}{R}\right) = g\left(1 - \dfrac{d}{R}\right)$

$$g' = 0 \qquad (d = R \text{ पर})$$

अर्थात् पृथ्वी के केन्द्र पर गुरुत्वीय त्वरण शून्य होता है।

r के साथ g के मान में परिवर्तन $r > R$ **के लिये**

$$g' = \frac{g}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^2} = \frac{gR^2}{r^2} \text{ या } g' \times \frac{1}{r^2}$$

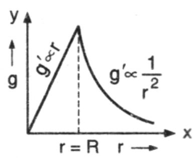
यहाँ $\quad h + R = r$

$r < R$ **के लिये**

$$g' = g\left(1 - \frac{d}{R}\right) = \frac{gr}{R}$$

यहाँ $\quad R - d = r$

अतः $\quad g' \propto r$



चित्र 7.27

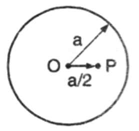
अतः g का परिवर्तन, पृथ्वी के केन्द्र से दूरी r के साथ उपरोक्त चित्रानुसार होगा।

13. यहाँ कण का द्रव्यमान $= M$

गोलीय कोश का द्रव्यमान $= M$

गोलीय कोश की त्रिज्या $= a$

बिन्दु P कोश के केन्द्र से $\dfrac{a}{2}$ दूरी पर है, जैसा कि चित्र में दिखाया गया है।



चित्र 7.28

O पर स्थित कण के कारण बिन्दु P पर गुरुत्वीय विभव

$$V_1 = -\left(\frac{GM}{a/2}\right)$$

गोलीय कोश के कारण बिन्दु P पर गुरुत्वीय विभव

$$V_2 = -\frac{GM}{a}$$

अतः बिन्दु P पर कुल गुरुत्वीय विभव

$$V = V_1 + V_2$$
$$= -\frac{GM}{(a/2)} + \left(\frac{-GM}{a}\right)$$
$$= -\frac{3GM}{a}$$

14. स्थितिज ऊर्जा में वृद्धि

$$\Delta U = U_2 - U_1$$
$$= \left[-\frac{GMm}{\left(R + \frac{R}{5}\right)}\right] - \left[-\frac{GMm}{R}\right]$$
$$= \frac{GMm}{R} - \frac{5GMm}{6R}$$
$$= \frac{GMm}{6R} = \frac{gR^2m}{6R}$$
$$= \frac{mgR}{6} = mg\left(\frac{5h}{6}\right) = \frac{5}{6}mgh$$

15. यदि निकाय पर कोई बाह्य बल-आघूर्ण कार्य नहीं करता, तो निकाय का कोणीय संवेग परिवर्तित नहीं होता अर्थात्, यदि

$\tau = 0$, तो $\dfrac{dL}{dt} = 0$

अतः $L =$ नियतांक

अतः $\quad mv_{max} r_{min} = mv_{min} r_{max}$

$$\therefore \quad r_{min} = \frac{v_{min} \times r_{max}}{v_{max}}$$
$$= \frac{1 \times 10^3 \times 4 \times 10^4}{3 \times 10^4} = \frac{4}{3} \times 10^3 \text{ किमी}$$

16. अन्तरिक्षयान को मुक्त स्थान (free space) में प्रक्षेपित करने के लिए आवश्यक ऊर्जा की गणना ऊर्जा संरक्षण के नियम से की जा सकती है।

अतः $\quad -\dfrac{GMm}{R} + E = 0$

या, $\quad E = \dfrac{GMm}{R} = \dfrac{GM}{R^2} \times mR = g \times mR$

$$= mgR = 1000 \times 10 \times 6400 \times 10^3 = 6.4 \times 10^{10} \text{ जूल}$$

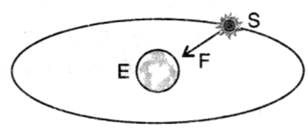
17. उपग्रह का दोलन काल, $T \propto r^{3/2}$

अतः, $\quad \dfrac{\Delta T}{T} = \dfrac{3}{2}\dfrac{\Delta r}{r}$

चूँकि $\quad \dfrac{\Delta r}{r} = \dfrac{1.01r - r}{r} = 0.01$

$$\therefore \quad 100 \times \frac{\Delta T}{T} = \frac{3}{2} \times \frac{\Delta r}{r} \times 100$$
$$= \frac{3}{2} \times 0.01 \times 100 = 1.5\%$$

18. उपग्रह पर बल सदैव पृथ्वी की तरफ इंगित होता है अतः उपग्रह S का त्वरण भी पृथ्वी के केन्द्र की ओर इंगित होता है। इस गुरुत्वीय बल का केन्द्र के परितः नेट बल आघूर्ण शून्य होता है। अतः S का पृथ्वी के केन्द्र के परितः कोणीय संवेग (परिमाण एवं दिशा दोनों में) लगातार नियत रहता है। चूँकि बल F संरक्षणीय प्रकार का होता है, अतः उपग्रह की यान्त्रिक ऊर्जा नियत रहती है। S की चाल अधिकतम होती है जब पृथ्वी के सबसे अधिक नजदीक होता है तथा न्यूनतम होती है जब पृथ्वी से सबसे अधिक दूरी पर होता है।



चित्र 7.29

20. भारहीनता की शर्त के अनुसार

$$g' = 0$$

भूमध्य रेखा पर, $\quad g' = (g - R\omega^2)$

अर्थात् $\quad 0 = g - R\omega^2$

$$\therefore \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{R}} = \sqrt{\frac{10}{6400 \times 10^3}}$$
$$= \sqrt{\frac{1}{64 \times 10^4}} = \frac{1}{8} \times 10^{-2}$$
$$= 1.25 \times 10^{-3} \text{ रेडियन/सेकण्ड}$$

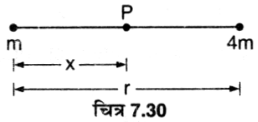
21. एक उपग्रह की वृत्तीय कक्षा में, स्थितिज ऊर्जा

$$= -2 \times (\text{गतिज ऊर्जा})$$
$$= -2 \times \frac{1}{2}mv^2 = -mv^2$$

गुरुत्वाकर्षण से ठीक पलायन करने हेतु, इसकी कुल यान्त्रिक ऊर्जा शून्य होनी चाहिये। अतः इसकी गतिज ऊर्जा $+mv^2$ होनी चाहिये।

22. माना कि द्रव्यमान m से उस बिन्दु P की दूरी x है जहाँ गुरुत्वीय क्षेत्र शून्य है।

$$\therefore \quad \frac{GM}{x^2} = \frac{G(4m)}{(r-x)^2}$$



चित्र 7.30

या, $\left(\frac{x}{r-x}\right)^2 = \frac{1}{4}$ या, $x = \frac{r}{3}$

बिन्दु P पर गुरुत्वीय विभव

$$= -\frac{Gm}{x} - \frac{G(4m)}{(r-x)} = -\frac{Gm}{(r/3)} - \frac{G(4m)}{\left(r - \frac{r}{3}\right)}$$

$$= -\frac{3Gm}{r} - \frac{3G(4m)}{2r} = -\frac{9Gm}{r}$$

23. सूर्य के परित: पृथ्वी का कोणीय संवेग है

$$L = M_E v_o r = M_E \sqrt{\frac{GM_s}{r}} r \qquad \left[\because v_o = \sqrt{\frac{GM_S}{r}}\right]$$

$$\therefore \quad L = [M_E^2 GM_s r]^{1/2}$$

जहाँ M_E = पृथ्वी का द्रव्यमान

M_S = सूर्य का द्रव्यमान

r = पृथ्वी एवं सूर्य के बीच की दूरी

$\therefore L \propto \sqrt{r}$

24. यान्त्रिक ऊर्जा के संरक्षण के नियम के अनुसार

$$\frac{1}{2}mu^2 - \frac{GMm}{R} = 0$$

$$\therefore \quad u^2 = \frac{2GM}{R}$$

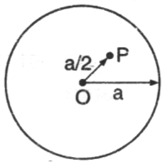
या, $$u = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR} \qquad \left(\because g = \frac{GM}{R^2}\right)$$

25. यहाँ,

कण का द्रव्यमान $= M$

गोलीय कोश का द्रव्यमान $= M$

गोलीय कोश की त्रिज्या $= a$



माना कि गोलीय कोश का केन्द्र O है। O पर स्थित कण के कारण बिन्दु P पर गुरुत्वीय विभव

$$V_1 = -\frac{GM}{a/2}$$

गोलीय कोश के कारण बिन्दु P पर गुरुत्वीय विभव

$$V_2 = -\frac{GM}{a}$$

अत: P पर कुल गुरुत्वीय विभव

$$V = V_1 + V_2$$

$$= -\frac{GM}{a/2} + \left(-\frac{GM}{a}\right)$$

$$= -\frac{2GM}{a} - \frac{GM}{a} = -\frac{3GM}{a}, \quad |V| = \frac{3GM}{a}$$

26. ग्रह के पृष्ठ पर उपग्रह की ऊर्जा है :

$$E_i = \text{KE} + \text{PE} = 0 + \left(-\frac{GMm}{R}\right) = -\frac{GMm}{R}$$

यदि ग्रह के पृष्ठ से दूरी $2R$ पर उपग्रह का वेग v हो, तो उपग्रह की कुल ऊर्जा है :

$$E_f = \frac{1}{2}mv^2 + \left(-\frac{GMm}{R+2R}\right)$$

$$= \frac{1}{2}m\left[\sqrt{\frac{GM}{R+2R}}\right]^2 - \frac{GMm}{3R}$$

$$= \frac{1}{2}\frac{GMm}{3R} - \frac{GMm}{3R} = -\frac{GMm}{6R}$$

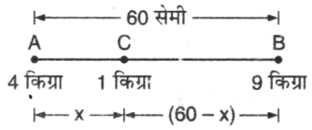
उपग्रह को प्रक्षेपित करने के लिए आवश्यक न्यूनतम ऊर्जा है :

$$\Delta E = E_f - E_i = -\frac{GMm}{6R} - \left(-\frac{GMm}{R}\right)$$

$$= \frac{5GMm}{6R}$$

अत: सही उत्तर विकल्प (c) है।

27.



चित्र 7.32

यदि 1 किग्रा के द्रव्यमान पर नेट बल शून्य हो तो,

$$\vec{F}_{AC} = \vec{F}_{BC}$$

या, $$G\left(\frac{4 \times 1}{x^2}\right) = G\left(\frac{9 \times 1}{(60-x)^2}\right)$$

या, $\frac{2}{3} = \frac{x}{60-x}$ या, $x = 24$ सेमी

अत: सही उत्तर विकल्प (e) है।

28. पृथ्वी के उपग्रह की कुल ऊर्जा

$$\text{TE} = K + U$$

$$= \left(\frac{GMm}{2r}\right) + \left(-\frac{GMm}{r}\right) = \frac{-GMm}{2r}$$

अत: कुल ऊर्जा ऋणात्मक है तथा गतिज ऊर्जा धनात्मक है, अर्थात् सही उत्तर विकल्प (b) है।

29. दोलन काल, $T^2 \propto r^3$

$$\therefore \quad \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 = \left(\frac{r_1}{r_1/4}\right)^3$$

या, $$\frac{T_1}{T_2} = (4)^{3/2}$$

या, $$T_2 = \frac{T_1}{4^{3/2}} = \frac{T_1}{8}$$

अत: वर्ष के काल में परिवर्तन

$$= T_1 - \frac{T_1}{8} = \frac{7}{8}T_1$$

अत: सही उत्तर विकल्प (d) है।

30. $$F = \frac{Gm_1 m_2}{r^2}$$

यहाँ $m_1 = m$ तथा $m_2 = M - m$

$$\therefore \quad F = \frac{GM(M-m)}{r^2}$$

अधिकतम गुरुत्वीय बल के लिए

$$\frac{dF}{dm} = 0 \quad \text{या,} \quad \frac{d}{dm}\left[\frac{Gm(M-m)}{r^2}\right] = 0$$

या, $$\frac{G(M-2m)}{r^2} = 0$$

या, $M - 2m = 0 \qquad \therefore \quad m = \frac{M}{2}$

अत: $$\frac{m}{M-m} = \frac{M/2}{\left(M - \frac{M}{2}\right)} = \frac{1}{1}$$

अत: सही उत्तर विकल्प (a) है।

CHEMISTRY

31. (a) ऑर्थो तथा पैरा हाइड्रोजन अणु में भिन्न चक्रण प्रदर्शित करते हैं। अतः वे समस्थानिक नहीं हैं।

32. (c) $_1H^3$ में तीन न्यूक्लिऑन (1 प्रोटॉन + 2 न्यूट्रॉन) और एक इलेक्ट्रॉन होता है। अतः इनका योग 3 + 1 = 4 है।

33. (b)

34. (c) हाइड्रोजन निकटतम अक्रिय गैस विन्यास प्राप्त करने के लिए हैलोजन की तरह एक इलेक्ट्रॉन ग्रहण करता है।

35. (d) 36. (c) 37. (c) 38. (c)

39. (c) भारी जल तीव्रगामी न्यूटॉनों की गति कम करने के लिए मंदक के रूप में तथा शीतलक के रूप में भी प्रयुक्त होता है।

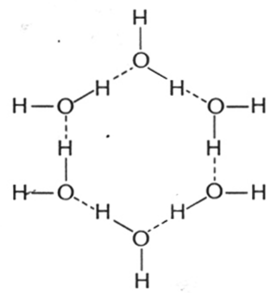
40. (c) $Mg + 2H_2O \longrightarrow Mg(OH)_2 + H_2\uparrow$

41. (c) परहाइड्रॉल 30% H_2O_2 है।

$\because$ 10 आयतन $H_2O_2 = 3\%$

$\therefore$ 30% H_2O_2 का आयतन $= \frac{10}{3} \times 30 = 100$ आयतन

42. (c) बर्फ में जल के अणु इतने निकट नहीं होते जितने द्रव जल में होते हैं। क्रिस्टल जालक में रिक्त स्थान होते हैं। परिणामतः आयतन अधिक तथा घनत्व कम हो जाता है। (घनत्व = द्रव्यमान/आयतन)



बर्फ की षट्कोणीय मधुमक्खी छत्ता संरचना

43. (b) जल का डाइइलैक्ट्रिक नियतांक (82) तथा द्रव परास उच्च होता है तथा यह अत्यधिक यौगिकों को विलेय कर सकता है। अतः यह सार्वत्रिक विलायक के रूप में प्रयुक्त होता है।

44. (d)

45. (c) आकर्षण बल निम्नतम् है अतः यह सबसे वाष्पशील है।

46. (b) फ्लोरीन अत्यधिक विद्युतऋणात्मक होने के कारण जल से ऑक्सीजन को दूर करती है तथा स्वयं फ्लोराइड आयन में अपचायित हो जाती है।

$$\underset{\text{ऑक्सीकारक}}{2F_2(g)} + \underset{\text{अवकारक}}{2H_2O(l)} \longrightarrow O_2(g) + 4H^+(aq) + 4F^-(aq)$$

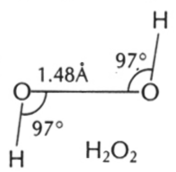
$$\underset{\text{ऑक्सीकारक}}{3F_2(g)} + \underset{\text{अवकारक}}{3H_2O(l)} \longrightarrow O_3(g) + 6H^+(aq) + 6F^-(aq)$$

इन अभिक्रियाओं में जल अपचायक के रूप में कार्य करता है अतः स्वयं ऑक्सीजन अथवा ओजोन में ऑक्सीकृत हो जाता है। फ्लोरीन ऑक्सीकारक के रूप में कार्य करती है। अतः स्वयं F^- आयन में अपचयित हो जाती है।

47. (d)

48. (a) $H_2SO_4 + BaO_2 \longrightarrow BaSO_4 + H_2O_2$

49. (b)



50. (d) 50% सल्फ्यूरिक अम्ल के विद्युत अपघटन पर डाइसल्फ्यूरिक अम्ल ($H_2S_2O_8$) प्राप्त होता है जो आसवन पर 30% हाइड्रोजन परॉक्साइड विलयन प्राप्त होता है।

51. (c)

52. (c) $Na_2O_2 + H_2SO_4 \longrightarrow Na_2SO_4 + H_2O_2$

53. (c) आयतन सान्द्रता = 5.6 × नॉर्मलता

$= 5.6 \times 1.5 = 8.4$ ली

54. (b) 5 आयतन H_2O_2 विलयन का अर्थ यह है कि 5 आयतन H_2O_2 विलयन के 1 ली के अपघटन पर NTP पर O_2 के 5 ली प्राप्त होते हैं।

$$\underset{2 \times 34 \text{ ग्राम}}{2H_2O_2} \longrightarrow 2H_2O + \underset{\text{सा दा ता पर 22.7 ली}}{O_2}$$

22.7 ली O_2 सा ता दा पर प्राप्त करने के लिए $H_2O_2 = 68$ ग्राम

$\therefore$ 5 ली O_2 सा ता दा पर प्राप्त करने के लिए H_2O_2

$= \frac{68 \times 5}{22.7}$ ग्राम $= 14.98 \approx 15$ ग्राम

किन्तु सा ता दा पर O_2 के 5 ली 5 आयतन H_2O_2 की 1 ली से प्राप्त होते हैं।

$\therefore$ H_2O_2 विलयन की सान्द्रता = 15 ग्राम/ली

या H_2O_2 विलयन की % सान्द्रता $= \frac{15}{1000} \times 100 = 1.5\%$

55. (c) H_2SO_4, H_2O_2 के अपघटन के लिए उत्प्रेरक का कार्य करता है अतः परॉक्साइड से H_2O_2 बनाने के लिए कुछ दुर्बल अम्लों जैसे H_3PO_4, H_2CO_3 को H_2SO_4 पर वरीयता दी जाती है।

$$3BaO_2 + 2H_3PO_4 \longrightarrow \underset{(\text{अविलेय})}{Ba_3(PO_4)_2} + 3H_2O_2$$

56. (d) अनिश्चित अनुपात के हाइड्राइड अनेक *d*-ब्लॉक (वर्ग 7, 8, 9 की धातुओं को छोड़कर तथा *f*-ब्लॉक के तत्व बनाते हैं। ये हाइड्राइड हमेशा अनिश्चित अनुपात वाले होते हैं अर्थात् हाइड्रोजन न्यून इन हाइड्राइडों में हाइड्रोजन परमाणु अन्तःस्थ स्थान में उपस्थित होते हैं।

उदाहरण $LaH_{2.84}$, $YbH_{2.35}$, $TiH_{1.5-1.8}$, $PdH_{0.6-0.8}$ आदि।

57. (c) जल एक इलेक्ट्रॉन परिशुद्ध हाइड्राइड है।

58. (a) 59. (a)

60. (b) $M^+H^- \longrightarrow M^+ + \underset{\text{हाइड्राइड आयन}}{H^-}$

$H^- \longrightarrow \frac{1}{2}H_2 + e^-$ (ऐनोड पर)

MATHEMATICS

61. **हल** (*d*) माना गुणोत्तर श्रेणी का प्रथम पद व सार्वानुपात क्रमशः A व R है, तब

$$a = AR^{p-1}$$

इसी प्रकार, $$b = AR^{q-1}$$

व $$c = AR^{r-1}$$

$\Rightarrow$ $$\log a = \log A + (p-1)\log R \qquad \ldots(i)$$

इसी प्रकार, $$\log b = \log A + (q-1)\log R \qquad \ldots(ii)$$

और $$\log c = \log A + (r-1)\log R \qquad \ldots(iii)$$

अब, $$(q-r)\log a + (r-p)\log b + (p-q)\log c$$
$$= (q-r)\{\log A + (p-1)\log R\} + (r-p)\{\log A + (q-1)\log R\} + (p-q)\{\log A + (r-1)\log R\}$$
$$= \log A\,[q-r+r-p+p-q] + \log R\,[p(q-r)+q(r-p)+r(p-q) - (q-r)-(r-p)-(p-q)]$$
$$= \log A \cdot 0 + \log R \cdot 0 = 0$$

62. **हल** (*a*) माना दो संख्याएँ a तथा b हैं, तब 3, a, b, 81 गुणोत्तर श्रेणी में होंगे

$\therefore$ nवाँ पद, $T_n = AR^{n-1}$

$\therefore$ $$81 = 3R^{4-1}$$

$\Rightarrow$ $$R^3 = \frac{81}{3} = 27$$

$\Rightarrow$ $$R^3 = (3)^3 \Rightarrow R = 3$$

$\therefore$ $$a = AR = 3 \times 3 = 9, b = AR^2 = 3 \times 3^2 = 27$$

63. **हल** (*b*) माना दी गई श्रेढ़ी,

$$S = 3 \times 1^2 + 5 \times 2^2 + 7 \times 3^2 + \ldots$$

सर्वप्रथम हम दी गई श्रेढ़ी को दो भागों में विभक्त करेंगे,

$$3, 5, 7, \ldots \text{ तथा } 1^2, 2^2, 3^2, \ldots$$

इसके पश्चात् श्रेढ़ी का nवाँ पद ज्ञात करने के लिए प्रत्येक भाग का nवाँ पद ज्ञात करते हैं।

$$T_n = (3, 5, 7, \ldots \text{ का } n\text{वाँ पद}) \times (1, 2, 3, \ldots \text{ का } n\text{वाँ पद})^2$$
$$= [3 + (n-1)2][1 + (n-1)1]^2 = (3 + 2n - 2)(n)^2$$
$$= (2n+1)n^2 = 2n^3 + n^2$$

अब, $$S = \Sigma T_n = 2\Sigma n^3 + \Sigma n^2$$
$$= 2\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$
$$= \frac{n(n+1)}{2}\left[2 \times \frac{n(n+1)}{2} + \frac{2n+1}{3}\right]$$
$$\left\{\because \Sigma n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2 \text{ तथा } \Sigma n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right\}$$
$$= \frac{n(n+1)}{2}\left\{\frac{3n(n+1) + 2n + 1}{3}\right\}$$
$$= \frac{n(n+1)}{6} \times (3n^2 + 3n + 2n + 1) = \frac{n(n+1)(3n^2 + 5n + 1)}{6}$$

64. (*b*) माना समान्तर श्रेणी के प्रथम पद तथा सार्वान्तर क्रमशः a तथा d हैं।

दिया है, $S_1 = n$पदों का योग

$$n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] \qquad \ldots(i)$$

$S_2 = 2n$ पदों का योग

$$= \frac{2n}{2}[2a + (2n-1)d] \qquad \ldots(ii)$$

तथा $S_3 = 3n$ पदों का योग

$$= \frac{3n}{2}[2a + (3n-1)d] \qquad \ldots(iii)$$

$\therefore$ $3(S_2 - S_1)$
$$= 3\left[\frac{2n}{2}\{2a + (2n-1)d\} - \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}\right]$$
[समी (i) तथा (ii) से]
$$= \frac{3n}{2}[2\{2a + (2n-1)d\} - \{2a + (n-1)d\}]$$
$$= \frac{3n}{2}[4a + 2(2n-1)d - 2a - (n-1)d]$$
$$= \frac{3n}{2}[(4a - 2a) + d(4n - 2 - n + 1)]$$
$$= \frac{3n}{2}[2a + (3n-1)d] = S_3$$
[समी (iii) से]

65. (*c*) $\because$ a व b का समान्तर माध्य $= \dfrac{a+b}{2}$

परन्तु $$\frac{a+b}{2} = \frac{a^n + b^n}{a^{n-1} + b^{n-1}} \qquad \text{(दिया है)}$$

$\Rightarrow$ $$a^n + b^n + \frac{ab^n}{b} + \frac{ba^n}{a} = 2(a^n + b^n)$$

$\Rightarrow$ $$\frac{a}{b}b^n + \frac{b}{a}a^n = a^n + b^n$$

$\Rightarrow$ $$a^n\left(\frac{a-b}{a}\right) = -b^n\left(\frac{b-a}{b}\right)$$

$\Rightarrow$ $$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)$$

$\therefore$ $$n = 1$$

66. (*c*) माना S_n तथा S'_n दो समान्तर श्रेणियों के n पदों का योग हैं तथा उनके 11वें पद क्रमशः T_{11} व T'_{11} हैं, तब

$$\frac{S_n}{S_n'} = \frac{\frac{n}{2}[2a + (n-1)d]}{\frac{n}{2}[2a' + (n-1)d']} = \frac{7n+1}{4n+27} \qquad \text{(दिया है)}$$

$\Rightarrow$ $$\frac{a + \frac{(n-1)}{2}d}{a' + \frac{(n-1)}{2}d'} = \frac{7n+1}{4n+27}$$

अब, $n = 21$ रखने पर,

$$\frac{a + 10d}{a' + 10d'} = \frac{T_{11}}{T'_{11}} = \frac{148}{111}$$
$$= \frac{4}{3}$$

67. (*b*) दिया है,

$$(a^2 + b^2 + c^2)p^2 - 2(ab + bc + cd)p + (b^2 + c^2 + d^2) \le 0 \qquad \ldots(i)$$

बायाँ पक्ष $= (a^2p^2 - 2abp + b^2) + (b^2p^2 - 2bcp + c^2) + (c^2p^2 - 2cdp + d^2)$

$$= (ap - b)^2 + (bp - c)^2 + (cp - d)^2 \ge 0 \qquad \ldots(ii)$$

$\because$ वास्तविक संख्या के वर्ग का योग ऋणोत्तर है।

समी (i) व (ii) से,

$$(ap - b)^2 + (bp - c)^2 + (cp - d)^2 = 0$$

$\Rightarrow$ $$ap - b = 0 = bp - c = cp - d$$

$\Rightarrow$ $$\frac{b}{a} = \frac{c}{b} = \frac{d}{c} = p$$

$\therefore a, b, c, d$ गुणोत्तर श्रेणी में हैं।

68. (*b*) $$(\underbrace{666 \ldots 6}_{n \text{ अंक}}) = 6 + 6 \times 10 + 6 \times 10^2 + \ldots + 6 \times 10^{n-1}$$
$$= 6(1 + 10 + 10^2 + \ldots + 10^{n-1})$$
$$= \frac{6}{9}(10^n - 1) = \frac{2}{3}(10^n - 1)$$

इसी प्रकार, $$(\underbrace{888 \ldots 8}_{n \text{ अंक}}) = \frac{8}{9}(10^n - 1)$$

अतः अभीष्ट योगफल है

$$= \frac{4}{9}(10^n - 1)^2 + \frac{8}{9}(10^n - 1)$$
$$= \frac{4}{9}(10^{2n} - 2 \cdot 10^n + 1 + 2 \cdot 10^n - 2)$$
$$= \frac{4}{9}(10^{2n} - 1)$$

69. (*a*) यहाँ, $a = 0.9 = \dfrac{9}{10}$ तथा $r = \dfrac{1}{10} = 0.1$

$$S_{100} = a\left(\frac{1 - r^{100}}{1 - r}\right) \qquad (\because |r| < 1)$$

$$=\frac{9}{10}\left(\frac{1-\frac{1}{10^{100}}}{1-\frac{1}{10}}\right)=1-\frac{1}{10^{100}}$$

70. (*a*) माना $S = 8 + 88 + 888 + 8888 + \ldots + n$ पदों तक

$$\Rightarrow \quad S = 8(1+11+111+1111+\ldots+n \text{ पदों तक})$$
$$=\frac{8}{9}[9+99+999+9999+\ldots+n \text{ पदों तक}]$$
$$=\frac{8}{9}[(10+100+1000+\ldots+n \text{ पदों तक}) - (1+1+1+1+\ldots+n \text{ पदों तक})]$$
$$=\frac{8}{9}\left[10\,\frac{(10^n-1)}{10-1}-n\right] \quad \left[\because S_n=\frac{a(r^n-1)}{r-1}, r>1\right]$$
$$=\frac{8}{9}\left[\frac{10(10^n-1)}{9}-n\right]$$
$$=\frac{8}{9}\times\frac{10}{9}\times(10^n-1)-\frac{8}{9}\times n=\frac{80}{81}(10^n-1)-\frac{8n}{9}$$

71. (*c*) माना गुणोत्तर श्रेढ़ी का प्रथम पद A तथा सार्वानुपात R है।

दिया है, pवाँ पद $= T_p = a \Rightarrow AR^{p-1} = a$ ...(i)

qवाँ पद $= T_q = b \Rightarrow AR^{q-1} = b$ ...(ii)

rवाँ पद $= T_r = c \Rightarrow AR^{r-1} = c$ ...(iii)

$$\therefore a^{q-r}b^{r-p}c^{p-q}$$
$$=(AR^{p-1})^{q-r}(AR^{q-1})^{r-p}(AR^{r-1})^{p-q}$$
$$=A^{q-r}R^{(p-1)(q-r)}A^{r-p}R^{(q-1)(r-p)}A^{p-q}R^{(r-1)(p-q)}$$
$$=A^0R^{pq-pr-q+r+qr-pq+r+p+rp-rq-p+q}$$
$$=A^0R^0=1$$

72. (*b*) हम जानते हैं, समान्तर माध्य ≥ गुणोत्तर माध्य

$$\therefore \quad \frac{4^x+\frac{4}{4^x}}{2}\ge\sqrt{4^x\times\frac{4}{4^x}}$$
$$\Rightarrow \quad 4^x+\frac{4}{4^x}\ge 2\sqrt{4}$$
$$\Rightarrow \quad 4^x+4^{1-x}\ge 4$$

73. (*b*) यह समान्तरीय-गुणोत्तर श्रेणी है

$$\therefore \quad S_\infty=\frac{a}{1-r}+\frac{dr}{(1-r)^2}$$
$$=\frac{1}{1-1/2}+\frac{2\cdot\frac{1}{2}}{(1-1/2)^2}$$
$$=\frac{1}{1/2}+\frac{1}{1/4}$$
$$=2+4=6$$

74. (*c*) $\because \dfrac{\frac{2p}{3}+\frac{2p}{3}+\frac{2p}{3}+\underbrace{\frac{3q}{5}+\ldots+\frac{3q}{5}}_{5 \text{ बार}}+\underbrace{\frac{4r}{7}+\ldots+\frac{4r}{7}}_{7 \text{ बार}}}{15}$

$$\ge\sqrt[15]{\left(\frac{2p}{3}\right)^3\left(\frac{3q}{5}\right)^5\left(\frac{4r}{7}\right)^7} \quad (\because \text{समान्तर माध्य} \ge \text{गुणोत्तर माध्य})$$
$$\Rightarrow \quad p^3q^5r^7\,\frac{2^3 3^5 4^7}{3^3\,5^5\,7^7}\le 1$$
$$\Rightarrow \quad p^3q^5r^7\le\frac{5^5\,7^7}{2^3\,3^2\,4^7}$$

75. (*c*) चूँकि प्रत्येक पद आगामी दो पदों के योगफल के बराबर है

$$\therefore \quad ar^{n-1}=ar^n+ar^{n+1}$$
$$\Rightarrow \quad \frac{1}{r}=1+r\Rightarrow r^2+r-1=0$$
$$\Rightarrow \quad r=\frac{\sqrt{5}-1}{2} \quad \left(\because r\ne\frac{-\sqrt{5}-1}{2}\right)$$

76. (*d*) दिया है, $\dfrac{a_1+a_2+\ldots+a_p}{a_1+a_2+\ldots+a_q}=\dfrac{p^2}{q^2}$ $\left\{\because S_n=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]\right\}$

$$\therefore \quad \frac{\frac{p}{2}[2a_1+(p-1)d]}{\frac{q}{2}[2a_1+(q-1)d]}=\frac{p^2}{q^2}$$

जहाँ, समान्तर श्रेणी का सार्वान्तर है

$$\frac{(2a_1-d)+pd}{(2a_1-d)+qd}=\frac{p}{q}$$
$$\Rightarrow \quad (2a_1-d)(p-q)=0$$
$$\Rightarrow \quad a_1=\frac{d}{2} \quad (\because p\ne q)$$

अब, $$\frac{a_6}{a_{21}}=\frac{a_1+5d}{a_1+20d}=\frac{\frac{d}{2}+5d}{\frac{d}{2}+20d}=\frac{11}{41}$$

77. (*d*) $\because a_1,a_2,a_3,\ldots,a_n$ हरात्मक श्रेणी में हैं

$\therefore \quad \dfrac{1}{a_1},\dfrac{1}{a_2},\dfrac{1}{a_3},\ldots,\dfrac{1}{a_n}$ समान्तर श्रेणी में हैं।

माना d समान्तर श्रेणी का सार्वान्तर है

$$\therefore \quad \frac{1}{a_2}-\frac{1}{a_1}=d$$
$$\Rightarrow \quad a_1-a_2=a_1a_2d$$

इसी प्रकार, $a_2-a_3=a_2a_3d$

… … … …

… … … …

$$a_{n-1}-a_n=a_{n-1}a_nd$$

इन सबको जोड़ने पर,

$$a_1-a_n=d(a_1a_2+a_2a_3+\ldots+a_{n-1}a_n) \quad \text{...(i)}$$

तथा $$\frac{1}{a_n}=\frac{1}{a_1}+(n-1)d$$
$$\Rightarrow \quad d=\frac{a_1-a_n}{a_1a_n(n-1)}$$

d का मान समी (i) में रखने पर,

$$a_1-a_n=\frac{a_1-a_n}{a_1a_n(n-1)}(a_1a_2+a_2a_3+\ldots+a_{n-1}a_n)$$
$$\Rightarrow \quad a_1a_2+a_2a_3+\ldots+a_{n-1}a_n=a_1a_n(n-1)$$

78. (*a*) दिया है, $T_m=\dfrac{1}{n}$

$$\Rightarrow \quad a+(m-1)d=\frac{1}{n} \quad \text{...(i)}$$

तथा $T_n=\dfrac{1}{m}$

$$\Rightarrow \quad a+(n-1)d=\frac{1}{m} \quad \text{...(ii)}$$

समी (i) व (ii) को हल करने पर,

$$a=d=\frac{1}{mn}$$
$$\therefore \quad a-d=0$$

79. (*b*) यदि n सम संख्या है, तब दी गई श्रेणी के n पदों का योग $=\dfrac{n(n+1)^2}{2}$

माना n विषम संख्या है

अतः $n = 2m+1$

तब, $S_{2m+1} = S_{2m} + (2m+1)$ वाँ पद

$$= \frac{(n-1)n^2}{2} + n\text{वाँ पद}$$

$$= \frac{(n-1)n^2}{2} + n^2 = n^2\left(\frac{n-1+2}{2}\right) = \frac{(n+1)n^2}{2}$$

80. (d) माना $S = 1 + 3x + 6x^2 + 10x^3 + \ldots\infty$

$$xS = \quad x + 3x^2 + 6x^3 + \ldots\infty$$

घटाने पर,

$$S(1-x) = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \ldots\infty$$

$$x(1-x)S = \quad x + 2x^2 + 3x^3 + \ldots\infty$$

पुनः घटाने पर,

$$S[(1-x) - x(1-x)] = (1 + x + x^2 + x^3 + \ldots\infty)$$

$$\Rightarrow \quad S[(1-x)(1-x)] = \frac{1}{1-x} \Rightarrow S = \frac{1}{(1-x)^3}$$

81. (a) $\displaystyle\sum_{r=1}^{n} \frac{S_r}{s_r} = \sum_{r=1}^{n} \frac{\frac{r^2(r+1)^2}{4}}{\frac{r(r+1)}{2}}$

$$\left\{\because \sum n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ तथा } \sum n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2\right\}$$

$$= \sum_{r=1}^{n} \frac{r(r+1)}{2} = \frac{1}{2}\sum_{r=1}^{n}(r^2 + r)$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2}\right]$$

$$= \frac{1}{12}(n)(n+1)(2n+1+3)$$

$$= \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

82. (b) दी गई श्रेणी निम्न है

$$\frac{1}{1+1^2+1^4} + \frac{2}{1+2^2+2^4} + \frac{3}{1+3^2+3^4} + \ldots + n \text{ पदों तक}$$

माना इस श्रेणी का nवाँ पद T_n है

$$\frac{1}{1+1^2+1^4} + \frac{2}{1+2^2+2^4} + \frac{3}{1+3^2+3^4} + \ldots$$

तब, $T_n = \dfrac{n}{1+n^2+n^4} = \dfrac{n}{(1+n^2)^2 - n^2}$

$$= \frac{n}{(n^2+n+1)(n^2-n+1)}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{n^2-n+1} - \frac{1}{n^2+n+1}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{1+(n-1)n} - \frac{1}{1+n(n+1)}\right]$$

$\therefore$ $T_1 = \dfrac{1}{2}\left[\dfrac{1}{1} - \dfrac{1}{1+1\cdot2}\right]$

$$T_2 = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{1+1\cdot2} - \frac{1}{1+2\cdot3}\right]$$

$$T_3 = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{1+2\cdot3} - \frac{1}{1+3\cdot4}\right]$$

... ...

... ...

$$T_n = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{1+(n-1)n} - \frac{1}{1+n(n+1)}\right]$$

इन समीकरणों को जोड़ने पर,

$$\sum_{r=1}^{n} T_r = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{1}{1+n(n+1)}\right] = \frac{n(n+1)}{2(n^2+n+1)}$$

83. (d) माना $S = \dfrac{1}{3\times7} + \dfrac{1}{7\times11} + \dfrac{1}{11\times15} + \ldots\infty$

$$= \frac{1}{4}\left[\left\{\frac{1}{3} - \frac{1}{7}\right\} + \left\{\frac{1}{7} - \frac{1}{11}\right\} + \ldots\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3} + 0\right) = \frac{1}{12}$$

84. (a) माना $S_n = 1\cdot3\cdot5 + 2\cdot5\cdot8 + 3\cdot7\cdot11 + \ldots n$ पदों तक

$\therefore$ $T_n = n(2n+1)(3n+2)$

$\therefore$ $S_n = \Sigma T_n = \Sigma n(2n+1)(3n+2)$

$$= \Sigma n(6n^2 + 7n + 2)$$

$$= \Sigma(6n^3 + 7n^2 + 2n)$$

$$= 6\Sigma n^3 + 7\Sigma n^2 + 2\Sigma n$$

$$= 6\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2 + \frac{7n(n+1)(2n+1)}{6} + 2\frac{n(n+1)}{2}$$

$$= \frac{n(n+1)}{2}\left[\frac{6n(n+1)}{2} + \frac{7(2n+1)}{3} + 2\right]$$

$$= \frac{n(n+1)}{2}\left[\frac{18(n^2+n) + 28n + 14 + 12}{6}\right]$$

$$= \frac{n(n+1)}{2}\left(\frac{18n^2 + 46n + 26}{6}\right)$$

$$= \frac{n(n+1)}{2}\,\frac{2(9n^2 + 23n + 13)}{6}$$

$$= \frac{n(n+1)(9n^2 + 23n + 13)}{6}$$

85. (c) माना $S_n = \dfrac{1^3}{1} + \dfrac{1^3 + 2^3}{1+3} + \dfrac{1^3 + 2^3 + 3^3}{1+3+5} + \ldots$

$\therefore$ $T_n = \dfrac{1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3}{1 + 3 + \ldots + (2n-1)}$

$$= \frac{\Sigma n^3}{n^2} \qquad [\because 1 + 3 + \ldots + (2n-1) = n^2]$$

$$= \frac{\{n(n+1)/2\}^2}{n^2} = \frac{(n+1)^2}{4}$$

$$= \frac{n^2 + 2n + 1}{4}$$

86. (d) माना $S_n = n^3 - (n-1)^3 + \ldots + (-1)^{n-1}1^3$

यहाँ, n एक विषम पूर्णांक है

$$S_n = 1^3 - 2^3 + 3^3 - 4^3 + \ldots + n^3$$

$$= [1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + (n-1)^3 + n^3] - 2[2^3 + 4^3 + 6^3 + \ldots + (n-1)^3]$$

$$= \Sigma n^3 - 2\times2^3\left[1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\left(\frac{n-1}{2}\right)^3\right]$$

$$= \Sigma n^3 - 16\left[\Sigma\left(\frac{n-1}{2}\right)^3\right]$$

$$= \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2 - 16\left[\left(\frac{n-1}{2}\right)\left(\frac{n-1}{2} + 1\right)\right]^2$$

$$\Sigma n = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} - \frac{16\left[\left(\frac{n-1}{2}\right)^2\left(\frac{n+1}{2}\right)^2\right]}{4}$$

$$= \frac{(n+1)^2}{4}[n^2 - (n^2 + 1 - 2n)] = \frac{(n+1)^2}{4}(2n-1)$$

87. (d) 0.14189189189 ...

$$= 0.14 + 0.00189 + 0.00000189 + \ldots$$

$$= \frac{14}{100} + 189\left[\frac{1}{10^5} + \frac{1}{10^8} + \ldots\infty\right]$$

$$= \frac{7}{50} + \frac{189}{999 \times 100}$$

$$= \frac{7}{50} + \frac{7}{3700} = \frac{21}{148}$$

88. (a) यहाँ, $a = 0.15, r = \frac{0.015}{0.15} = \frac{15}{1000} \times \frac{100}{15}$

$$r = \frac{1}{10} < 1 \text{ तथा } n = 20.$$

अब, $$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

$$\Rightarrow \quad S_{20} = \frac{0.15\left[1 - \left(\frac{1}{10}\right)^{20}\right]}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{0.15\left(1 - \frac{1}{10^{20}}\right)}{\frac{10 - 1}{10}}$$

$$= \frac{0.15 \times 10}{9}\left(1 - \frac{1}{10^{20}}\right)$$

$$= \frac{15 \times 10}{900}\left[1 - \left(\frac{1}{10}\right)^{20}\right] = \frac{1}{6}[1 - (0.1)^{20}]$$

89. (b) $\because x, y, z$ गुणोत्तर श्रेणी में हैं।

$\therefore \quad y^2 = xz$

$\Rightarrow \quad 2 \log y = \log x + \log z$

$\Rightarrow \quad 2(\log y + 1) = (1 + \log x) + (1 + \log z)$

$\Rightarrow 1 + \log x, 1 + \log y, 1 + \log z$ समान्तर श्रेणी में हैं।

$\Rightarrow \frac{1}{1 + \log x}, \frac{1}{1 + \log y}, \frac{1}{1 + \log z}$ हरात्मक श्रेणी में हैं।

90. (c) दिया है,

योग $= (x + 2)^{n-1}\left\{1 + \left(\frac{x+1}{x+2}\right) + \left(\frac{x+1}{x+2}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{x+1}{x+2}\right)^{n-1}\right\}$

$$= (x + 2)^{n-1}\left\{\frac{1 - \left(\frac{x+1}{x+2}\right)^n}{1 - \left(\frac{x+1}{x+2}\right)}\right\}$$

$$= \frac{(x + 2)^{n-1}\{(x + 2)^n - (x + 1)^n\} \cdot (x + 2)}{(x + 2)^n} = (x + 2)^n - (x + 1)^n$$